МДК.05.01. Теоретические основы обеспечения надёжности систем автоматизации и модулей мехатронньх систем

мдк 5.1 Тема 1.1.2.1 Случайные величины и их характеристики

Внезапные отказы определяются случайными неблагоприятны-

ми сочетаниями нескольких факторов. Случайность связана с тем,

что причины события остаются для нас скрытыми. Рассеяние

ресурсов по критерию усталости (оцениваемое отношением наи-

большего ресурса к наименьшему) для подшипников достигает 40,

для зубчатых передач — 10 … 15. Рассеяние ресурсов по износу

также весьма значительно. Существенные рассеяние имеют дей-

ствующие нагрузки, механические характеристики материалов и

деталей, зазоры и натяги. Поэтому в расчетах надежности многие

параметры должны рассматриваться случайными величинами, т. е.

такими, которые могут принять то или иное значение, неизвестное

заранее. Они могут быть непрерывного или прерывного (дискрет-

ного) типа.

Для каждого числа *х* в диапазоне изменения случайной величи-

ны *Х* существует определенная вероятность *р*(*Х* < *х*), что *Х* не пре-

восходит *х*. Эта зависимость *F*(*х*) = *р*(*Х* < *х*) называется *функцией*

*распределения* или функцией вероятности случайной величины *Х*.

14

Функция *F*(*х*) является неубывающей функцией *х* (монотонно

возрастающей для непрерывных процессов и ступенчато возрас-

тающей для дискретных процессов). В пределах изменения слу-

чайной величины *Х* она изменяется от 0 до 1.

Производная от функции распределения по текущей перемен-

ной =

называется *плотностью распределения*. Она

характеризует частость повторений данного значения случайной

величины. В задачах надежности ее широко используют в качест-

ве плотности вероятности.

В ряде случаев достаточно характеризовать распределение слу-

чайной величины некоторыми случайными величинами (рис. 1.1):



математическим ожиданием (средним значением), модой и ме-

дианой, характеризующими положение центров группирования

случайных величин по числовой оси, дисперсией, средним ква-

дратическим отклонением, коэффициентом вариации, характери-

зующими рассеяния случайной величины.

Характеристики распределений используются в статистической

трактовке (для обработки результатов наблюдений) и в вероят-

ностной трактовке (для прогнозирования надежности).

*Математическое ожидание* (среднее значение) *mx —* основная

и простейшая характеристика случайной величины *х*. Значение

математического ожидания, определяемое по результатам наблю-

дений как для дискретных, так и для непрерывных величин, на-

зывают оценкой математического ожидания или оценкой средне-

го значения *x* :



где *N* — общее число наблюдений; *xi* — значение случайной ве-

личины; *gi* — число одинаковых значений *xi*. Черта над обозначе-

нием случайной величины означает среднее значение.

Рис. 1.1. Плотность вероятности и

числовые характеристики центра

группирования случайной величи-

ны:

* 1* — медиана; *2* — мода; *3* — математиче-

ское ожидание

15

В формуле (1.1) суммируют все *N* членов, а в формуле (1.2) —

число членов с разными значениями *xi*. При достаточно большом

числе наблюдений (испытаний) полагают, что *mx* = *x*.

В вероятностных задачах математическое ожидание определяют

в зависимости от плотности распределения *f*(*x*) (для непрерывных

величин) или вероятности *pi* появления значений *xi* (для дискрет-

ных величин):

** (1.3)

*Дисперсия случайной величины* — математическое ожидание

квадрата отклонения этой величины от ее математического ожи-

дания.

*Оценка дисперсии случайной величины* — среднее значение

квадрата разности между значениями случайной величины и ее

средним значением:

 (1.4)

или

 (1.5)

Слово «дисперсия» означает рассеяние и характеризует разброс

случайной величины.

Для непрерывных случайных величин

 (1.6)

Для дискретных случайных величин

 (1.7)

Дисперсия имеет размерность квадрата случайной величины.

Поскольку удобнее пользоваться характеристикой рассеяния,

имеющей ту же размерность, что и случайная величина, то была

введена характеристика — среднее квадратическое отклонение,

представляющее собой корень квадратный из дисперсии,

** 16

Для оценки рассеяния с помощью безразмерной (относитель-

ной) величины используют коэффициент вариации, равный от-

ношению среднего квадратического отклонения к математическо-

му ожиданию:

*vx* = *Sx* /*mx* .

Дисперсия и среднее квадратическое отклонение являются

гораздо более репрезентативными характеристиками рассеяния,

например среднее арифметическое абсолютных значений откло-

нений.

*Квантиль* — это среднее значение случайной величины, соот-

ветствующее заданной вероятности. Квантиль, соответствующая

вероятности 0,5, называется *медианой*. Медиана характеризует

расположение центра группирования случайной величины. Пло-

щадь под графиком функции плотности распределения делится

медианой пополам.

Для характеристики рассеяния случайной величины использу-

ют также вероятностное отклонение, равное половине разности

квантилей *х*0,75 и *х*0,25, т. е. значений случайной величины, соот-

ветствующих вероятностям 0,75 и 0,25.

*Мода случайной величины* — наиболее вероятное значение

или, иначе, то ее значение, при котором плотность вероятности

максимальна.

Аналогично с предыдущими характеристиками трансформи-

руются термины «мода» и «медиана» в статистической трактовке.

Для симметричного модального (т. е. имеющего один максимум)

распределения математическое ожидание, мода и медиана со-

впадают.